

# Devoir de contrôle N°1

## Mathématiques

Lycée secondaire : Teboulba

Le 01 / 11 / 2005

Durée : 2 H

### Exercice N°1 : (5 points)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 3} & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{4x}{x-1} & \text{si } x \in ]1,3] \\ ax^2 - 1 & \text{si } x > 3 \quad ; a \in \mathbb{R} \end{cases}$$

1-/ a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x]$ .

b) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ( **Discuter** suivants les valeurs de  $a$  ).

2-/ Calculer  $\lim_{1^-} f$  et  $\lim_{1^+} f$ .  $f$  admet elle une limite en 1 ?

3-/ Déterminer le réel  $a$  pour que  $f$  admet une limite en 3.

4-/ Déterminer  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ .

### Exercice N°2 : (10 points)

**I** – Soit  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite arithmétique tels que :  $a_2 = 10$  et  $a_5 = 28$ .

1-/ a) Déterminer la raison  $r$  de la suite  $a$ .

b) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$  :  $a_n = 6n - 2$ .

2-/ Déterminer  $n$  sachant que :  $\sum_{i=n}^{2n} a_i = 14$ .

**II** – Soit  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite définie par :  $\begin{cases} b_0 = -1 \\ b_{n+1} = 3b_n + a_n \end{cases}$ .

1-/ a) Calculer  $b_1$  et  $b_2$ .

b) Montrer que  $b$  n'est ni arithmétique ni géométrique.

2-/ Soit la suite  $U$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $U_n = 2b_n + a_n + 3$ .

a) Exprimer  $a_{n+1}$  en fonction de  $a_n$ . Puis montre que  $U$  est une suite géométrique de raison  $q = 3$  et dont on déterminera le premier terme  $U_0$ .

b) Exprimer  $U_n$  puis  $b_n$  en fonction de  $n$ .

c) Déterminer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ .

3-/ On considère pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  :  $A_n = \sum_{k=0}^{n-1} a_k$  ;  $B_n = \sum_{k=0}^{n-1} b_k$  et  $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} U_k$ .

a) Exprimer  $A_n$  et  $S_n$  en fonction de  $n$ .

b) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $S_n - A_n = 2B_n + 3n$ .

c) En déduire  $B_n$  en fonction de  $n$ .



Exercice N°3: (5 points)

L'unité étant le cm. On Donne les points : A, B et C tel que :  $AB = 6$  ;  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{-29\pi}{4}$  [2 $\pi$ ]

et  $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) \equiv \frac{-\pi}{6}$  [2 $\pi$ ].

1-/ a) Déterminer la mesure **principale** de  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ .

b) Construire les points A, B et C.

2-/ Parmi les réels suivants :  $\frac{23\pi}{4}$ ,  $\frac{-33\pi}{4}$ ,  $\frac{43\pi}{4}$  déterminer ceux qui sont des mesures de l'angle orienté  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ .

3-/ Donner toutes les mesures de  $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$  comprises entre  $-3\pi$  et  $\frac{5\pi}{2}$ .

4-/ Soit le point E tel que :  $(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{5\pi}{12}$  [2 $\pi$ ].

a) Donner la mesure **principale** de l'angle  $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC})$ .

b) Montrer que  $(AE) \perp (BC)$ .

Bon Travail

